Taller **Cómo buscarse un <u>buen</u> problema**

De esos que, de entrada, nos dejan "tecleando", sin saber para dónde agarrar

Rol que podemos hacerle "jugar" a la computadora en diseño, presentación, planteo y resolución de problemas.

Introducción

Los que crecimos rodeados de libros, lápiz y papel, tuvimos una escolaridad con mucho tiempo dedicado a dominar su uso adecuado. Toda esta pericia, se actualiza "naturalmente" cada vez que enfrentamos una tarea cualquiera y echamos mano a estas herramientas para contemplar cómo **resolverla** (por ejemplo, qué haríamos para preparar una evaluación).

Aunque todavía, entre los docentes no se ha generalizado el uso de la computadora como herramienta, internalizada como segunda naturaleza para resolver problemas de distinto orden, sin duda, lo será para nuestros alumnos. Esto podría implicar la decisión de dedicar tiempo al dominio operativo de herramientas informáticas. En la escuela, se lo dedicamos no sólo a la lectoescritura y el cálculo que son por antonomasia recursos básicos, sino a otras herramientas de aplicación popular reducida y propia de la matemática, como el transportador, el compás, la escuadra.

Si con herramientas básicas como la lectoescritura y el cálculo, con siglos de tradición escolar y social, seguimos teniendo que enfrentar las dificultades propias del trabajo en equipo, de los problemas interdisciplinarios, de la división de responsabilidades y tareas, cuanto más si la herramienta es la computadora. Dentro de la escuela, una *novedad* instrumental al servicio de la resolución de problemas.

Para corrernos de las frases hechas que pretenden dar por saldada una cuestión tan evidentemente compleja (como la clásica que reza: "***la computadora es una mera herramienta y no un fin en sí misma***"), vamos a compartir una serie de desafíos escolares que apelan a la computadora para analizar después, en cada caso lo que se puso en juego:

- conocimientos vinculados que "aparecieron", sea que fueran "(re)descubiertos", "actualizados" o rescatados funcionalmente, durante la interpretación, representación y resolución del problema.
- función de la computadora y posibilidades específicas del análisis
- revisión análisis y el análisis de lo hecho

Para la recopilación, registro y rescate de lo aprendido

- quién o quiénes pueden guiar, acompañar y participar en cada etapa (maestro/a y/o profesor/a, coordinador/a o ayudante)
- distintos lugares y momentos de trabajo (en aula, antes de pasar a laboratorio, frente a la máquina)
- roles, posiciones y modos de intervención más eficaz.

Forma de trabajo

Dinámica del Taller

Trabajamos durante todo el taller en dos instancias:

- la de juego grupal en la resolución de desafíos (que, pedimos, se enfrenten con la seriedad que corresponde a un juego ;-)) y
- la de análisis y puesta en común.

Interrogantes para la Reflexión

- Rol de la computadora. Qué aportó específicamente. Qué cambios, qué preparación exigió. La destreza o dominio operativo necesarios. Ventajas y/o desventajas – Relación costo / beneficio respecto de la inversión de tiempo para el aprendizaje operativo, por ejemplo.
- Contenidos y conocimientos vinculados al desafío, más allá de los operativos o de manejo de la computadora y/o software.

Cuestiones a evaluar:

- Relación entre los distintos tipos de problemas y los diferentes "estilos" de software.
- Cambios cuantitativos y cualitativos en la presentación / resolución de problemas que introduce la especificidad de la herramienta con diferentes programas.
- Función de la (des)organización y (des)estructuración de la información en la presentación y/o resolución de problemas.
- Rescate de la función de los "ejercicios", identificando tanto a los que surge / se plantean como tales como a los que devienen o en tales por "conversión"/"transformación" de cierto tipo de "problemas" bajo ciertas condiciones / circunstancias.
- Caracterización de los "problemas truchos" o *pseudo problemas.*
- Reformulación de las anotaciones teóricas en función del tipo de recursos en juego: el papel de la sanción material que provee el soft en resultado de maniobras, la manera de comunicar, la convocatoria grupal alrededor del programa, etc.

Manos a la Obra

Empezamos por romper el hielo con un problema "japonés" de organización de la información, que se resuelve **SIN** computadora. Avanzamos hacia propuestas en las que la computadora comienza a cobrar paulatino protagonismo mientras utilizamos diferentes estilos de software para resolver distinto tipo de problemas. Finaliza el taller con la aparición de un utilitario con el que nos "apropiamos" de la geometría para pasar a "hacerla"en lugar de "estudiarla".

Primer Problema Feriados Japoneses

1. Presentación

Consigna: Nos encargan averiguar, en un intercambio cultural-escolar, entre dos chicos de Argentina y Japón, respectivamente, ¿quién disfrutará de más fines de semana largos y/o feriados considerando un año lectivo "a la Argentina".

Interrogantes Planteados: ¿Quiénes tendrán más feriados y/o más fines de semana largos en el 2003,: nosotros o los japoneses? ¿Quiénes tienen más feriados? ¿Quiénes disfrutaron de más fines de semana largos este año? ¿Cuántos fines de semana largos van a tener los japoneses el año que viene?

Tiempo para resolverlo: 15 minutos

Objeto Auxiliar: Almanaque Japonés del año 1995

2. Reflexión Posterior (tras la puesta en común de resultados)

Preguntas-Guía para la reflexión posterior:

¿Qué había que averiguar para resolver el problema?	¿De "qué" era el problema?	¿Qué datos se necesitaban y cómo podían obtenerse?
¿Cómo había que operar con los datos?	¿Qué recursos utilizaron? (Tablas, gráficos, esquemas, etc.)	

Texto-Guía para la reflexión posterior:

La ***resolución de problemas*** es uno de los objetivos generales de la enseñanza. Simplificando el modelo de Polya, los pasos para resolver un problema serían:

1. **Comprenderlo / entenderlo**. Los problemas no escolarizados son, por naturaleza, interdisciplinarios. Para enfrentarlos, se debe conocer lo suficiente de lo involucrado además de la matemática necesaria.
2. **Desarrollar un modelo matemático** del problema. En gran medida este es **el** desafío intelectual más integral: relaciona nuestro conocimiento total de matemática, de la disciplina y naturaleza específica del problema en cuestión y de la experiencia en modelización.
3. **Resolver el problema matemático** desarrollado en la etapa previa. Muchas veces esta etapa es en gran medida mecánica. Es a la que más energía y esfuerzos se le dedica a nivel "escolar". Su automatización suele ser la fuente de desvelos de los docentes (en altísima proporción).
4. **(Re)Interpretar los resultados**

En particular, se puede derivar de ese modelo, la necesidad de:

- ***Análisis y representación de datos***. Aprender a *lidiar* con datos. Extraer información de los datos, representarlos gráficamente o en tablas adecuadas, usarlos como elemento en la resolución.
- ***Representación de los problemas***. La matemática ofrece vocabulario y notación para la representación de una amplia variedad de problemas. El objetivo es poder usar la matemática estudiada para representar ***verdaderos problemas***.

Si nos atuviéramos a este modelo, sería imprescindible garantizar la "comprensión" del problema como requerimiento para iniciar su solución y dar por "saldado" el "enigma" al lograr una manera de abordarlo inicialmente para terminar calculando la "respuesta".

Sería interesante identificar:

- las zonas de "desajuste" entre este simple modelo de análisis y la compleja situación que, vivenciamos, desencadenó el problema de "feriados japoneses"
- el ajustado calce a este modelo, del esquema de planteos del ***MBM***[1].

Podríamos intentar relacionar diferentes anotaciones a los distintos estilos de problema:

Anotación A: *Para saber que el problema se comprende, hay que cerciorarse de que se conocen las incógnitas, los datos y las condiciones en que se relacionan. Para ello es fundamental "concretar" el problema, es decir, encontrar un modo de representarlo a través de gráficos, diagramas, planteos simbólicos, u otros. Encontrar una representación adecuada forma parte del proceso de comprensión del problema y funciona como una estrategia anticipatoria para su resolución.*

Anotación B: *Los problemas no escolarizados son, por naturaleza, interdisciplinarios. Para enfrentarlos, se debe conocer lo suficiente de lo involucrado además de la matemática necesaria.*[2]

Anotación C: *La etapa de cálculo del resultado (a la que más energía y esfuerzos se le suele dedicar a nivel "escolar") es en gran medida mecánica, su automatización llega a ser fuente de desvelos (en altísima proporción) y es el punto que centra la "evaluación"*[2].

[1] Programa / Software de *Centro Babbage* que forma parte del software que *Centro Babbage* entrega y licencia a los talleristas.

[2] "Cómo buscarse buenos problemas con nuevos recursos" de Liliana Saidón (documento de *Centro Babbage*).

Segundo Problema **Carrera de Postas Divididas**

1. Presentación

Consigna: En esta *Carrera de Divisores*[3] (juego clásico, interactivo, desarrollado en *Win-Logo*, con dos personajes dispuestos a competir en una "pista" muy especial) seremos entrenadores-responsables de conducir a la Tortuga y llevarla a la victoria.

Gana quien, al finalizar, sume más puntos en postas, tomadas en cualquier orden, de una pista que va: del 1 al 12 en el nivel amateur y del 1 al 24, en el profesional. La Tortuga "larga" primero y pide le indiquemos cuál de las postas debe tomar. El Conejo, a continuación, ocupará todas las que contengan divisores de aquélla (sin incluirla).

Tiempo para resolverlo: 25 minutos
Recursos: Aplicación / Software *Carrera de Divisores*

Las reglas de juego establecen que:

a. Posta marcada, por Tortuga o Conejo, no pueden volverse a tomar por ninguno de los corredores.
b. La Tortuga sólo puede tomar postas que le dejen "algo" al Conejo. Por ejemplo: si comenzamos "apostándola" en el 12, él se hará cargo del 1, 2, 3, 4 y 6. Si en nuestro turno indicáramos 5 ó 7 ó 8 ó 9 ó 11 ó 12 ó 13 ó 17 ó 19 ó 23, eso ***Al Conejo no le gustaría*** porque, como no quedan divisores libres de esos números, no le estaríamos dejando nada a él. También estaría vedado el 1 (ó 2 ó 3 ó 4 ó 6 ó 12) porque... ***Esa posta ya fue tomada***.
c. Cuando la carrera termina, porque ya no le quedan a la Tortuga postas por tomar, el Conejo se agrega la suma de puntos de postas todavía libres.

Para recomenzar, escribe:: **CARRERA** (con mayúsculas) y pulsa <**Enter**>. Con <**Esc**> se interrumpe el juego.

2. Reflexión Posterior

De los Interrogantes para la reflexión...

- Rol de la computadora[4].--- **¿Se podría haber jugado sin la computadora?**

...centrarse en la cuestión de los cambios que se producirían si jugáramos sin contar con la computadora

Tomar en cuenta que es característica primordial de la resolución de problemas, que los útiles disponibles para abordarlos[5] modelan las variadas etapas desde su lectura al control de resultados[6], pasando por...

Razonamiento desencadenado	estrategias abordadas	planteo propuesto	método adoptado	mecanismos, técnicas y procedimientos desarrollados

Por ejemplo, podemos preguntarnos:

– qué características de la forma de jugar pudo haber aportado a *toparse* con conocimientos matemáticos
– si bien el juego involucra manipulaciones numéricas y el tratamiento aritmético de casos específicos, las estrategias que se desarrollan para ganar en una pista y los procedimientos "ganadores", ¿se "transfieren" al pasar a la pista profesional, se transferirían a una pista de muchas más postas (digamos 100)?
– qué condiciones consideran deben cumplirse para lograr la generalización de procedimientos exitosos
– qué forma de trabajo o intervenciones pueden ayudar a encontrar claves, conocimientos y estrategias, sin "soplar" las respuestas, y cuáles pueden rescatar lo descubierto para que pueda generalizarse
– en qué situaciones la generalización es lo suficientemente amplia como para calificar lo aprendido más allá de lo aritmético, antecedente del álgebra
– si hay condiciones / intervenciones que facilitarán la ulterior posibilidad de tomar esta resolución como antecedente disponible cuando *a posteriori* se presente un problema similar, más amplio[7].

[3] Software y aplicación de *Centro Babbage*, que se licencia exclusivamente a los talleristas.

[4] Qué aportó específicamente. Qué cambios, qué preparación exigió. La destreza o dominio operativo necesarios. Ventajas y/o desventajas – Relación costo / beneficio respecto de la inversión de tiempo para el aprendizaje operativo, por ejemplo. De "Cómo buscarse buenos problemas con nuevos recursos"

– Contenidos y conocimientos vinculados al desafío, más allá de los operativos o de manejo de computadora y/o software.

[5] Un análisis simple que define un problema según cuatro componentes:

1. Lo ***dado***. *Situación inicial*. Descripción de lo conocido: qué se sabe y/o cómo son inicialmente las cosas.
2. *Propósito-Objetivo*. Lo esperado. Descripción de lo que se desea como situación final (o como situaciones finales)
3. *Guía*. Listado o descripción de las etapas generales, operaciones o actividades apropiadas al trayecto entre *lo dado* y *lo esperado*. Describe facilidades, herramientas y útiles apropiados, que componen el repertorio de recursos disponibles para resolver el problema, sin especificar ***cómo*** hacerlo.
4. *Aceptación-Vinculación-Injerencia*. Debe haber una visualización y/o aceptación de parte de un sujeto del objeto como problema, incluso como **su** problema. (No confundir con la famosa "motivación"). --- (Si el recurso básico para ese problema es, "objetivamente" la computadora, no lo aceptará a menos que forme parte de su repertorio de recursos, funcional y accesible). De "Cómo buscarse buenos problemas con nuevos recursos" de Liliana Saidón (documento de *Centro Babbage*)

[6] Ejemplo: comienzo a leer un texto que desde su inicio involucra complicados cálculos. Si no cuento con calculadora, probablemente lo abandone sin terminar la lectura. Si avanzo y llego a una solución, la facilidad de rehacer cuentas con calculadora, me impulsa a relectura / revisión según cuente o no con ella. De "Cómo buscarse buenos problemas con nuevos recursos" de Liliana Saidón (documento de *Centro Babbage*)

[7] Verificar respecto de la siguiente recomendación: Algunas estrategias que pueden servir para proponer conjeturas y estrategias son:

· Recordar problemas conocidos de estructura análoga al que se tiene delante, e intentar usar el camino ya recorrido.
· Pensar un problema con el mismo tipo de incógnita y que sea más sencillo.
· Simplificar el problema descomponiéndolo en partes o etapas más sencillas y manejables, de acuerdo a los datos disponibles.

Las intervenciones del profesor en esta etapa pueden orientar al alumno en la búsqueda de relaciones con otros contenidos, o pueden referirse concretamente a la enseñanza de aquello que aparece como necesario pero no resulta conocido por el alumno.

... y pasar a distinguir... *Contenidos en Juego*

Identificar qué conocimientos son necesarios para ...

– entender e iniciar el juego	– lograr ser un jugador aceptablemente bueno	– tener un buen desempeño

y para... ¡ganar sistemáticamente!

En el camino de encontrar la solución o mejor estrategia aparecen conocimiento(s) disciplinar(es)[8]. Decidir si se abordarán...

– antes de pasar a jugar	– durante el juego	– después del juego	– o nunca

Discutir si se hará una recuperación formal de lo puesto en juego, actualizado, (re)descubierto o recuperado funcionalmente.

Aportes para la discusión

El desempeño del jugador va mejorando a medida que practica el juego / simulación. Ampliemos esta experiencia con los resultados de muchos talleres (con docentes y con alumnos): en las sucesivas partidas, se nota un progreso en el marcador:

– Desde el punto de vista didáctico, qué aportó específicamente a la situación, ¿la computadora / el software?

Muchos talleres (con docentes y con chicos de distintas edades) revelan dos factores clave en las estrategias que desarrollan los jugadores y en torno a procesos de generalización:

1. el **cálculo automático**, favorece que se concentren en el establecimiento de relaciones relevantes en la solución ;
2. el cálculo no es el objetivo final de la actividad, sino un **medio** para realizarla.

Aparentemente, problemas / desafíos / actividades así diseñados, propician que los "jugadores" exploren tantas estrategias como les sea posible sin dispersarse, distraerse o agotar sus esfuerzos, lo que parece favorecer que en muchas ocasiones examinen más de una forma de resolver el problema. Esto ayuda a que **se supere el esquema de respuesta única** hacia la búsqueda de **estrategias** más generales y más eficientes.

- Si el jugador ha ido "progresando" hasta lograr, incluso, que la Tortuga gane, de aquí en adelante, independientemente del tiempo que pase hasta la próxima partida o de un eventual cambio en la cantidad de postas, ¿tiene asegurado el éxito?

Aparentemente, la posibilidad del "jugador" de actualizar su dominio de la técnica o conocimiento en cuestión fuera del contexto de ese juego / simulación, requiere una construcción y cierta consciente recuperación, si no formalización.

Consideramos que la disponibilidad y aplicación de dicha técnica y/o conocimiento depende de:

- ***institucionalización*** del *saber científico* involucrado, posterior al juego y previa a la presentación de un problema similar[9] y de la función del docente de registro y memoria grupal
- presentación de nuevas y variadas oportunidades de aplicación[10]
- agilidad vinculada a la... ***ejercitación*** (¡sí!, sin síncopes... de suficiente y variada ***ejercitación y práctica***)
- manejo fluido de las operaciones involucradas, por ejemplo: saber las tablas de memoria[11].

y.. fundamentalmente de la ***institucionalización de la estrategia*** y análisis / revisión metacognitiva:

La fase de revisión requiere, por un lado, mirar atrás para comprobar lo que se ha hecho y reflexionar sobre los momentos claves y, por el otro lado, mirar hacia adelante para tratar de generalizar el proceso y los resultados a un contexto más amplio, con conciencia de qué es lo que se ha hecho, y por qué.[12]

Al respecto, nos reformulamos interrogantes clásicos sobre la relación entre "saber escolar" y "funcional", el conocimiento práctico del idóneo y el teórico / académico. Digamos, por ejemplo, que de una forma u otra, se enseña la regla de tres simple, se corrobora que los alumnos pueden aplicarla para resolver variados "problemas escolares"[13], que se llega incluso a sospechar que algunos aprecian la economía de esfuerzos que provee, la cuestión sigue siendo si la regla de tres simple forma parte de su repertorio de herramientas frente a una situación problemática fuera del contexto escolar.

Tanto con lápiz y papel como con computadora, el propósito de lograr identificar en situaciones que nada parecen tener en común, la chance de resolverlas apelando a un recurso, conocimiento o saber, o con el mismo algoritmo, puede difuminarse en medio de las preocupaciones sobre su dominio operativo, cuestiones de forma y estilo en la formulación, etc. Pero a la hora de la hora, uno sigue preguntándose si se logró comprensión y aprendizaje real del conocimiento que se proponía enseñar o un acatamiento más o menos automatizado de las formalidades. Reconocemos aquí uno de los problemas clave de la práctica docente, complejo y pleno de dificultades: la internalización funcional de los recursos.

[8] **¡Ojo!** Distinguir de conocimientos requeridos

[9] Distinguiendo el valor de lo descubierto en el contexto social y disciplinar.

[10] ¡Sí!, sin desmayos... de distintas oportunidades de ponerla en ***práctica***

[11] ¡Sí!, sin soponcios... de haberlas **aprendido de memoria**

[12] MASON, John, BURTON, Leone y STACEY, Kaye: "Pensar matemáticamente", Madrid, Labor, 1992.

[13] No necesariamente "problemas convencionales estereotipados - tipo"

Tercer Problema **Juego del Bingo o Lotería de Cartones**

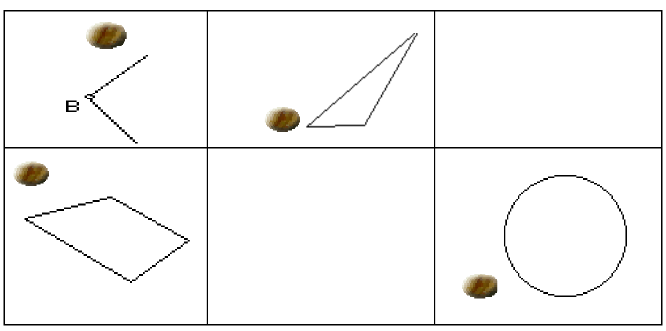
1. Presentación

Consigna: En este *Bingo* el cartón a completar en lugar de números, tiene figuras geométricas. El programa ***WinPen+***, versión para *Windows* del *Pensador Geométrico*, hará las veces de “bolillero” y vamos a intentar que produzca figuras *conforme* a alguna de las del cartón, para ir "anotando un poroto” tras otro, hasta ganar.

Atención: No se trata de lograr una reproducción exacta sino de que aparezca una *forma* similar.

Te regalamos un cartón para jugar al *Bingo Geométrico*. Le faltan dibujos para dos casilleros, que elegirás completar con alguna de las figuras que aparecen en la *Tabla de Muestras*. Es un buen regalo porque ya tiene anotados, en las casillas con figuras, los cuatro porotos respectivos y sólo restan dos aciertos más para ganar (ver dibujos). Es conveniente decidir con cuidado qué dibujos de la *Tabla de Muestras* colocar en las casillas vacías del cartón, sabiendo cuáles van a ser los próximos seis “pedidos” que se le harán al “bolillero” (ver *Lista de “Fijas” no tan “Fijas”*).

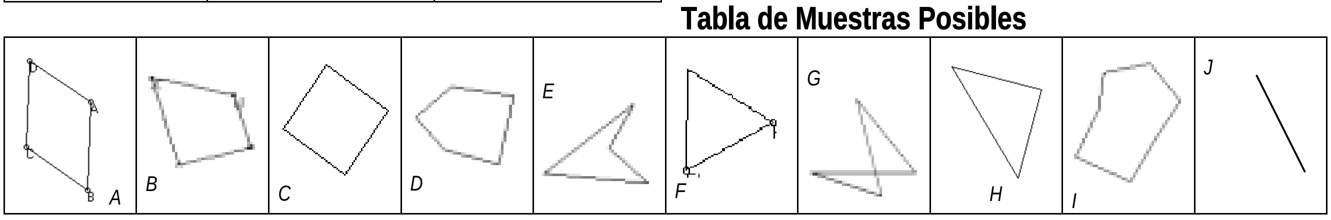
Tiempo para resolverlo:	15 minutos para elegir con qué dibujos de la *Tabla de Muestras* completar las 2 casillas vacías del cartón con el que jugar. Tiempo de la partida y anotación.
Material Auxiliar	Cartón - Muestrario (Tabla de Muestras Posibles) - “Lista de Fijas no tan Fijas”
Indicaciones de Referato	Es importante notar desde el principio la dispar heterogeneidad de “naturaleza” entre las muestras o ilustraciones del cartón, ***dibujos*** todos ellos, y cada ítem del listado de “fijas”, directamente vinculado a ***figuras***.
Recursos:	Aplicación / Software ***WinPen+*** del *Pensador Geométrico*



Cartón

En cada una de las dos casillas en las que falta anotarse el poroto, hay que colocar un dibujo a seleccionar de la *Tabla de Muestras* teniendo en cuenta la *Lista de “Fijas” no tan “Fijas”*.

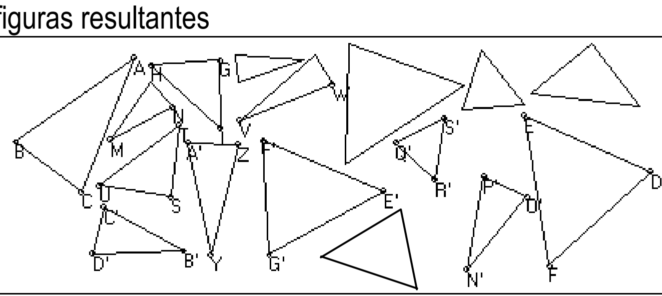
Tabla de Muestras Posibles



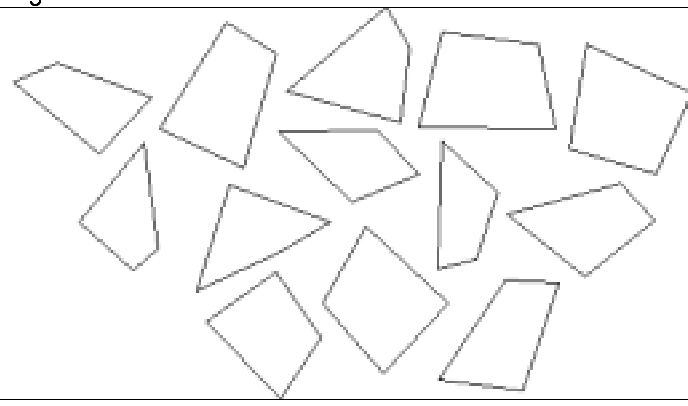
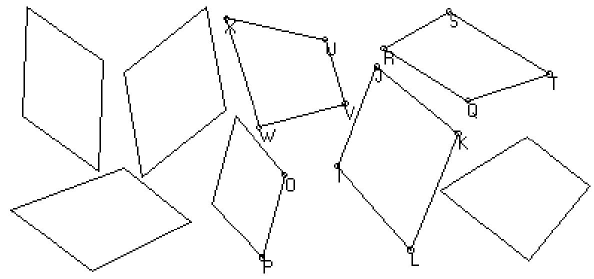
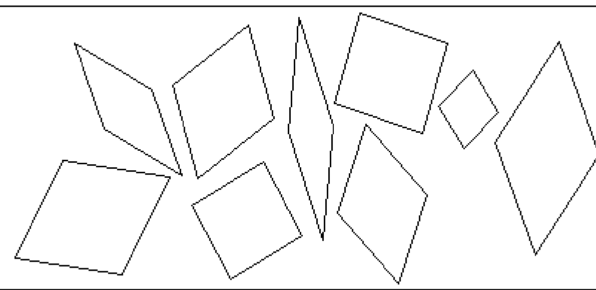
Lista de “Fijas” no tan “Fijas”[14]

Nos pasaron datos útiles para hacer una buena selección de las figuras dibujadas en la *Tabla de Muestras* a colocar en las dos casillas vacías del cartón: Sabemos cuáles van a ser los próximos “pedidos” al *Pensador*. Como el *Pensador* es obediente pero se toma sus libertades, estos datos no alcanzan para saber exactamente cuáles van a ser las figuras que aparezcan dibujadas en pantalla en cada caso: así el azar sigue teniendo su lugar en este juego. Revisa la *Lista de “Fijas” no tan “Fijas”* analizando cuales son las posibles respuestas del pensador a cada pedido, de esta forma podrás desestimar algunas muestras y sopesar con cuidado las chances de otras.

Lista de “Fijas” no tan “Fijas”

Comandos / Pedidos	Posibles figuras resultantes
1. Triángulo Acutángulo Isósceles	

[14] *Triángulo Acutángulo Isósceles - Cuadrilátero Azar - Cuadrilátero Trapecio Azar - Cuadrilátero Paralelogramo Rombo - Triángulo Rectángulo Isósceles - Cuadrilátero Paralelogramo Cuadrado*

Comandos / Pedidos	Posibles figuras resultantes
2. Cuadrilátero Azar	
3. Cuadrilátero Trapecio Azar[*]	
4. Cuadrilátero Paralelogramo Rombo[*]	
5. Triángulo Rectángulo Isósceles[*]	6. Cuadrilátero Paralelogramo Cuadrado[*]

2. Reflexión Posterior - Ampliar y considerar en la puesta en común tras *Trisecciones*.

A la hora de reflexionar, si ya no hemos tenido que hacerlo durante el "referato", tengamos presente...

- la compleja diferencia entre ***figura*** y ***dibujo***. Podríamos decir, parafraseando a Bernard Parzysz[15] que una está más cerca del *soft* y la otra más próxima al *hard.*
- las dos clases de interacción: estudiantes con el profesor-réferi (que responde o hace preguntas, atiende reclamos y arbitra confrontaciones y acuerdos en la "toma de medidas"[16]) y entre ellos, con posibilidades de operar sobre el software para sostener posiciones o descartarlas[17].

En las discusiones entre pares (sea en *Bingo* o en *Trisecciones*), surgen conjeturas y (re)formulaciones del problema. Porque cada estudiante confronta su posición con la de otros y, eventualmente, amplia / cambia su punto de vista (descentración), piensa argumentos pro o contra su opinión o la de otros o propone un nuevo método-acuerdo. Además, la objeción o fracaso en entender la posición de otros, exige argumentos o métodos prácticos para convencer (a otro(s) y también a sí mismo) y lleva a idear formas ***objetivas*** de ***prueba***, unas basadas en razonamientos más o menos formalizados, otras más sobre evidencia visual. Allí puede llegar a explicitarse que un argumento dado convence a algunos pero no a todos, pero que una ***prueba*** (u objetiva definición conceptual), en la que se siguen ciertas ***reglas particulares,*** propias de la matemática, franquea el ***común acuerdo***[18.]

[*] Pedido a realizar si no se ha cantado aún ***¡Bingo!***

[15] *La figura es el objeto geométrico descripto por el texto que la define, una idea, una creación del espíritu, en tanto que el dibujo es una representación de este objeto.*

[16] Tomando todos los sentidos del término.

[17] También el réferi puede invitar a operar con el software a fin de superar *la dificultad de manipular objetos geométricos, para conocer ,la tendencia a descuidar aspectos conceptuales por la influencia de las restricciones del dibujo, que es uno de los mayores obstáculos para el aprendizaje de la Geometría. Frecuentemente condiciones figurales (del dibujo) escapan del control conceptual, e imponen, una línea de pensamiento, interpretaciones que desde el punto de vista del dibujo son consistentes, pero no son condiciones conceptuales. (Fischbein 1993)*

[18] La argumentación revelará posiblemente -implícitamente- reglas de acción y concepciones personales que darán al profesor datos sobre posibles obstáculos para la construcción de conceptos, y le permitirán tomarlos en cuenta en su enseñanza posterior.

Cuarto Problema **Tripartiendo Triángulos - Trisecciones**

1. Presentación

Introducción:	*Propuesta Inicial - Trisección legítima versus tri-falsificación convincente*
Tiempo para resolverlo:	20 minutos
Recurso Necesario	Software ***WinPen+*** / Utilitario de Geometría Dinámica

El desafío es realizar una "trisección" y poner a prueba distintas formas de "trisección" de un triángulo. "Trisectar" es dividir cualquier triángulo en tres partes de igual área[19].

Frente a cada trisección, analizamos si realmente "funciona" o es "trucha" por alguno de estos motivos:

- sólo resulta en algunos casos[20], no en todos
- no hay cómo verificar su generalidad porque no es una verdadera construcción sino un "dibujo fijo"
- está basada en las medidas y no en la permanencia de las relaciones entre las medidas

Después de realizar nuestras propias trisecciones, les ofrecemos los bocetos de algunas ajenas para que los controlen. Deben poner a prueba, más que la construcción, el método[21].en juego:

– comenzando por tomar nota de los efectos que resultan de las maniobras de alteración[22].
– "leyendo" desde el guión o con el ícono de información, las relaciones entre elementos.

2. Reflexión Posterior

Interrogantes para la reflexión - Cuestiones a evaluar

Preguntas-Guía para la reflexión posterior:

1. ¿Qué posibilidades aparecieron como modos propios de trabajar y aprender con estos utilitarios?
2. ¿Qué diferencias podrían señalar respecto del trabajo con útiles tradicionales?
    2.1 ¿Qué rol cumplió la medición, por ejemplo?
    2.2 ¿Notaron cambios respecto del tratamiento de los datos?
3. ¿ Qué estilo de problemas son los que se potencian con este utilitario?
4. ¿ Qué características del utilitario les parece que facilitan la formulación de conjeturas?

Texto-Guía para la reflexión posterior

Durante el *Bingo*, en lugar de representar **figuras** según la consigna del docente, se trata de anticipar, aquilatando el azar en juego, para ganar en un desafío de **clasificación** y **lógica**.

En la *Trisección*, ¿qué se "pone en juego"? Pasamos de la búsqueda de una **construcción** a su **análisis** para llegar a la evaluación/validación del **método** que le da sustento[23]. Habrán notado que les aconsejamos que no se apresuren a la "lectura del guión" porque es toda una tarea de exploración muy rica llegar a deducir el camino de la "construcción", explorándola. Esta posibilidad de convertir la construcción geométrica en un objeto susceptible de "exploración empírica" es una oportunidad inédita y de mucha potencia didáctica. Por eso, dejamos la lectura "formal" como tarea de control posterior.

Señalemos que hasta se puede leer en los intentos de los alumnos, las *proto-conjeturas* que los guían e, incluso, pueden revelarse "teoremas en acción". Salvo en pocos casos de intentos caóticos o de puro ensayo y error, hasta los que no logran explicar con claridad por qué los procedimientos que desarrollan son válidos, empiezan a formular generalizaciones en el ámbito de trabajo centrado en el manejo de los casos específicos pero respetan la norma de condicionar la validez de sus procedimientos / estrategias siempre que no se presente un contra-ejemplo (que, muchas veces, buscan activamente como forma de poner a prueba su idea).

Así, estas situaciones en que, computadora y software mediante, se facilitan los intentos, pueden usarse para apoyar el paso de lo particular a lo general y parece poco probable que el conocimiento adquirido con base en la validación empírica que ofrece el software, pudiera representar un obstáculo. Más bien, según nuestra experiencia, ese conocimiento basado en lo empírico resulta un buen paso previo para encarar, *a posteriori*, las más formales demostraciones o la validación formal.

---

[19] Estas "partes" no necesitan ni ser triángulos ni estar en una determinada zona, lo importante es que tengan la misma superficie, la región que ocupen (simple o por composición de "piezas" tomadas de diferentes "zonas") y/o forma, es lo de menos.

20 O que aparente pero no resulte nunca....

[21] Obviamente, un método propuesto como general queda inmediatamente desacreditado con la sola exposición de su falta de validez en al menos un caso. Sin embargo, el interjuego con multitud de triángulos diversos no alcanza para legitimar un método como "universal" (no podemos "probar empíricamente", ni siquiera cuando las "muestras" sean numerosísimas, debemos "demostrar").

[22] Trasladar vértices, por ejemplo, para modificar longitudes de lados, medidas de ángulos, relaciones entre lados y ángulos, etc.

[23] Las intervenciones del docente en las discusiones en Bingo y más aún en "triparticiones", contemplan que el estudiante deberá establecer la validez de una afirmación, por lo que el maestro debe dirigirse al alumno como un sujeto capaz de aceptar o rehusar sus afirmaciones, exponer pruebas de lo que anticipa, de oponerle otras afirmaciones. Estos intercambios entre maestro y alumnos permiten explicitar teorías matemáticas. Se trata menos de aprender las pruebas aceptadas que de poner a prueba aquéllas que cada uno concibe. Un proceso de prueba se construye en una dialéctica de la validación que conduce al alumno a usar espontáneamente retórica, es decir, defender con argumentos aquello de lo que no está tan seguro y, enseguida renunciar a ellos.

Quinto Problema **Porciones de Vida**

1. Presentación

Introducción: Esta actividad puede desarrollarse como juego entre equipos, hasta distantes y telemáticamente aproximados, incluso como desafío "intercolegial".

Requiere el trabajo con gráficos de torta pero desde un nivel lo suficientemente sencillo como para que pueda llevarlo adelante aún quien no esté familiarizado con la Planilla de Cálculo.

Además de introducir con cierta informal distensión la construcción de gráficos, enfoca el tema de representación de la información (su lectura e interpretación) y demuestra el poder de síntesis contundente de un gráfico adecuado.

El nombre del juego... Su título podría ser...***24 Horas en la Vida de Una Mujer***

Consideramos debe añadírsele música de fondo estilo telenovela.... Por favor, imagínenla ;-).

Consigna: Sinterizar gráficamente, uso del tiempo diario de la mujer / personaje.
Tiempo para resolverlo: 20 minutos
Recurso Necesario Planilla de Cálculos
Objeto Auxiliar: Textos

2. Reglamento

Preparación

Los fragmentos que aparecen a continuación describen como es o debiera ser una mujer determinada.
Algunos se extienden a un nivel de detalle minucioso pero otros son apenas títulos que dejan "todo" librado al criterio y/o imaginación del lector (amén del arbitrio "docente" del "réferi").
Después de leerlos concienzudamente, los equipos:

- Eligen secretamente una persona o personaje de los expuestos:

Porteña de la época de Rosas	Mujer perfecta del salmista bíblico	Mariana Nanis Guaraní del cronista colonial	Bebita recién nacida	Adolescente de vacaciones

- Debate mediante, deciden una distribución de las horas diarias de esa mujer en distintos “rubros".
  Recomendación: Deben cuidar que los tópicos sean descriptivos pero "amplios" (por ejemplo: "arreglo personal" y no "manicura", "tintura", etc.) y que la suma de horas dedicadas a cada uno sea igual a 24.
  En anotación, con copia al "réferi”, se listarán los rubros, asociando una letra (A, B, C, D, etc.) a cada uno de ellos.
- Vuelcan en una planilla las letras correspondientes a cada rubro y en la columna de al lado las horas dedicadas. Realizan las maniobras necesarias para obtener un gráfico de tortas y lo exponen sin que figure más que un título ambiguo y etiquetas rotuladas misteriosamente como: A, B, C, etc.

A sus puestos...

Por turno, cada uno de los otros grupos, sin más datos que el gráfico, intentarán adivinar a cuál de las mujeres hace referencia. Pueden "arriesgar" un nombre directamente para ganan 100 puntos pero se anotan 100 en contra si fallan.
Pueden solicitar se les diga el nombre del rubro de alguna de las porciones y, con esa información adicional, pasar a arriesgar por 10 puntos menos, pero más sobre seguro.
Por ejemplo: *Pido el nombre de la porción B* (que, supongamos, ocupa algo más de 1/4 de la torta). Digamos que la respuesta fuera *Vida social* y da pie a arriesgar *Porteña de 1840*.
Si esto es correcto, se anotan 90 puntos y si no, 90 en contra. Así, cada pedido resta 10 puntos.

Y los ganadores son...

Después de que cada grupo haya jugado contra cada uno de los restantes, gana el que haya sumado mayor puntaje.

Rol Arbitral

El arbitraje criterioso y objetivo es imprescindible porque debe controlarse que los rubros decididos para cada personaje sean razonablemente verosímiles y pertinentes a su forma de ser
Se pueden inventar alternativas a gusto:

- Podría ofrecerse que, una vez que un grupo adivinó el nombre del personaje graficado, se sume 10 a 20 puntos adicionales por cada una de las porciones no develadas cuyo rubro identifique. Así, por ejemplo, si un grupo *descubre* a Mariana Nanis tras haber solicitado las porciones B y D (que resultaron ser *declaraciones escandalosas* y *compras*), puede arriesgar 10 puntos, a que, digamos: *C es arreglo personal* y así con las demás porciones.
- Si nadie quedó espantado por este extraño cruce de libre interpretación de textos con matemáticos gráficos estadísticos, quizá se animen a intentarlo al revés. Describir con detalle a alguien de quien sólo conocemos el gráfico de su día, rotulado cuidadosamente.
- Otras posibilidades, que pueden irse inventando sobre la marcha que sigan vinculando datos/información, descripciones, interpretación de textos y de gráficos. [24]En particular propuestas que continúen requiriendo la necesidad de...
  - Análisis y representación de datos. Aprender a lidiar con datos. Extraer información de los datos, representarlos gráficamente o en tablas adecuadas, usarlos como elemento en la resolución.
  - Representaciones de diferente tipo, destacando que la matemática ofrece esquemas, graficación, vocabulario y notación para la representación de una amplia variedad de problemas.

[24] “Cómo buscarse buenos problemas con nuevos recursos” de Liliana Saidón (documento de *Centro Babbage*).

3. Textos / Fuentes

Crónica de viaje del francés Xavier Marmier

Buenos Aires, 1840 (Gobierno de Rosas, período conocido como "Época del Terror")

Esta población con la cabeza inclinada bajo el yugo que ella misma se forjó, es una de las mejores razas humanas que yo he visto en mis viajes. Los porteños agregan a la cortesía española la hospitalidad de los países del norte, y las porteñas son encantadoras. Tienen el rostro oval, muy fino, como camafeo antiguo, tez blanca, ojos negros y cabellos de un brillo y una abundancia soberbios. Su educación no se parece mucho a las que reciben las europeas, que desde niñas ensayan labores de aguja y bajo el cuidado de sus madres o maestras trabajan con sus libros y cuadernos. Las porteñas trabajan poco y aprenden poco también. Pasan el día en cómoda indolencia, vestidas con descuido. Hasta el atardecer no muestran ninguna actividad: a esa hora trenzan sus hermosos cabellos a los que enlazan con mucho arte la divisa punzó con que Rosas las ha estigmatizado y que ellas han convertido en motivo de coquetería. Así aparecen -como flores de la noche, abiertas en el crepúsculo- en las calles, en las tiendas, sobre las azoteas o en los salones. La conversación que tienen -debo decirlo- es de alcance muy limitado. Está basada sobre las croniquillas de las tertulias. El relato de un paseo a la campaña, un accidente dramático, el anuncio de un baile, la apertura de una nueva tienda, son acontecimientos tratados con ardor. Prohibido el tema político en círculos donde se cierne la sombra del dictador, la conversación no recae sobre asuntos de arte o literatura, como sucedería en otro país colocado en las mismas circunstancias. Las amables porteñas no saben ni una palabra de estas cuestiones académicas, ni sienten por ellas la menor curiosidad. Su mundo comienza y acaba en Buenos Aires [...].

Un día en la vida de Mariana Nanis

Para imaginarlo, basta con otorgarle largos períodos a viajes en limusina, compras y temporadas en la peluquería, reportajes escandalosos y baños de espuma y champagne.

Un día en la vida de un bebé recién nacido

Pueden imaginarlo, si así lo prefieren, como esos “soñados” que duermen casi permanentemente y sólo se despiertan para comer.

Un día en la vida de un(a) adolescente de vacaciones

Un día en la vida de la mujer guaraní de la época de la colonia (según cronistas)

Lo que sabemos de la mujer guaraní de la colonia ha sido transmitido por la mirada del hombre. La *Tupí guaraní* de la que nos hablan Thévet (s.XVI), Léry (1557), Staden y Schmidl (1534-1554), es de cuerpo vigoroso y bien proporcionado, rostro emotivo y sensual y, sobre todo, alejada de la atmósfera de inseguridad de la temible selva. Cultiva la tierra como máxima expresión de fecundidad. Es la imagen de la mujer idílica, símbolo de fuerza y salud, la visión ideal de la sociedad agrícola primitiva. No solo sabe parir hijos con la sorprendente facilidad con que describen los cronistas, además posee la facultad mágica de hacer crecer las plantas y por esta capacidad de fecundar y hacer germinar los frutos se la identifica con la tierra. Se ha dicho, ocupa un lugar preeminente en la sociedad, y de hecho, es autónoma en su producción e independiente en sus actividades agrícolas y productivas. Pero decir que *la libertad con que se entregan estas mujeres que viven carentes de freno*, en un *verdadero clima de libertinaje* o *promiscuidad sorprendente*, como dicen viajeros y religiosos, carece de fundamento, a menos que se trate de comentarios provocados por prejuicios de los europeos. Aquí es verdad que el clima permite y favorece la desnudez por el constante contacto con el agua y, como menciona Azara, también alienta una precocidad que las lleva a casarse entre los diez y doce años. Tanto esto como el estado general de limpieza e higiene en estas mujeres que, según parece, se dedican con ahínco a su aseo y siempre van, si no limpiamente desnudas, impecablemente vestidas de blanco, es lo que deja azorados a los europeos.

La mujer perfecta - Proverbios 31 - La Biblia

Una mujer fuerte, ¿quién la encontrara? Es de más valor que cualquier joya.
Su marido puede confiar en ella, ¡qué beneficio no le traerá!
Le devuelve el bien, no el mal, todos los días de su vida.
Entiende de lana y de lino y los trabaja con sus ágiles manos. Es como los barcos del mercante, que de lejos traen el alimento. Se levanta cuando aún es de noche, da de comer a los de su casa y reparte las tareas de su servidumbre. Desea un campo y lo compra, con su propio trabajo plantó una viña.
Está llena de fortaleza y vigoriza sus brazos.
Ella saber que su trabajo prospera: su lámpara no se apaga por la noche.
Echa mano a la rueca y sus manos hacen girar el huso.
Tiende su mano al desamparado y da al pobre.
No teme a la nieve para los suyos, porque tienen todos doble vestido.
Para ella se hace mantos, y su vestido es de lino y púrpura.
Su marido recibe honores, se sienta en el Consejo con los Ancianos del pueblo.
Teje telas de lino y las vende, entrega cinturones a los comerciantes.
Aparece fuerte y digna, y mira confiada el porvenir. Habla con sabiduría y enseña la piedad.
Está atenta a la marcha de su casa y nunca ociosa.
Sus hijos se levantan y la llaman dichosa:
“Muchas mujeres han obrado maravillas, pero tú las superas todas”.
Engañosa es la gracia, vana la hermosura: la mujer que tiene la sabiduría será la alabada.
Que pueda gozar el fruto de su trabajo y que por sus obras todos la celebren.

4. Reflexión Posterior

Interrogantes para la reflexión - Cuestiones a evaluar

Preguntas-Guía para la reflexión posterior:

¿Qué había que averiguar para resolver el problema?	¿De "qué" era el problema[25]?	√ ¿Qué datos se necesitaban y cómo podían obtenerse?
¿Cómo había que operar con los datos?	¿Qué recursos utilizaron? (tablas, gráficos, esquemas, etc.)	

Texto-Guía para la reflexión posterior

Distinguir el juego de interpretaciones que produjo en los caminos entre texto y gráfico. Cómo la producción de gráfico obligaba a sintetizar una y otra vez un texto interpretado y cómo la reinterpretación del texto, producía nuevas síntesis para volcar en el gráfico.

Sexto Problema **De calculador a autor... de develar enigmas a inventarlos / comunicarlos**

1. Presentación

Introducción: Esta actividad va a desarrollarse en dos etapas, como juego a resolver y como desafío de producción. Se centra en uno de los desafíos de ***MBM***, software de *Centro Babbage*, ***Math Blaster Mystery***[26]..
Además de introducirnos al juego en un esquema de resolución "paso a paso" de desafíos de distinto nivel y contenidos, nos permite la actividad de autoría siguiendo un "molde" simple.

Consigna: Resolver problemas "Paso a Paso" del ***MBM***, reconocer el esquema y chances para pasar al rol de "autor".

Tiempo para resolverlo: 10 minutos resolviendo y 30 minutos produciendo

Recurso Necesario Software ***MBM*** de *Centro Babbage*[27]. (su calculadora y léxicos de definiciones)

2. Reglamento

Preparación

Jugamos y resolvemos algunos desafíos "paso a paso", reconocemos el esquema del planteo y pasamos a producir actividades similares.

3. A sus puestos...

Después de resolver, revisamos el manual cuadernillo en busca de la ayuda para pasar a ser autores de uno de los siguientes desafíos (a elección):

1. Plantear un desafío tal que para resolverlo se apele a la fórmula de la longitud de la circunferencia . El "ambiente" puede ser una pista de atletismo, los "distractores" tendrán que estar relacionados con tiempos y/o velocidades.
2. El protagonista del desafío enfrentará la góndola de un supermercado y deberá decidir entre distintas ofertas de jugos en que aparezcan distintas unidades de capacidad, los "distractores" tendrán que estar relacionados con concentraciones y/o longitudes.
3. El desafío transcurre en una tapicería. El trabajo incluye el corte de material para cubrir superficies que tienen la forma de variadas figuras simples. Elige, al menos, dos "distractores" de los que al menos uno sea la medida de un ángulo y, de ser posible, alguno de los datos lo sea también.
4. La protagonista del desafío quiere encontrar la forma más económica de variar su vestuario a partir de la compra de polleras, musculosas y camisas. La cuestión es encontrar todas las maneras de combinar las prendas en conjuntos clásicos y elegantes.
5. Un alumno enfrenta a una mesa examinadora de principios de siglo. El programa de la materia que tiene que rendir se divide en un determinado número de bolillas. A partir de esta escena, inventa un problema de probabilidad con abundantes "distractores".

4. Reflexión Posterior

De los Interrogantes para la reflexión...

- Rol de la computadora **¿Se podría haber jugado sin la computadora?**

...centrarse en la cuestión de los cambios que se producirían si jugáramos sin contar con la computadora en una y otra etapa del juego.

Verificar cómo se organizó el grupo y con qué criterios seleccionó su opción. Qué se puso en juego en una y otra etapa.

[25] A esta altura del taller, la pregunta acerca *de **qué es** el problema*, cobra una verdadera dimensión humorística porque sigue jugando con la falta de distinción y diferenciación con el problema escolar por antonomasia. Digamos el problema que aparece como ocasión de aplicar los conocimientos recientemente adquiridos, ocasión de, por ejemplo, usar las operaciones en situaciones muy simples (el caso típico del problema ***de sumar***, ***de dividir***, etc.), totalmente diferente al problema , también escolar, pero con menor tradición folklórica, en el que se pretende que los alumnos descubran una nueva noción (matemática) como respuesta a la situación planteada.

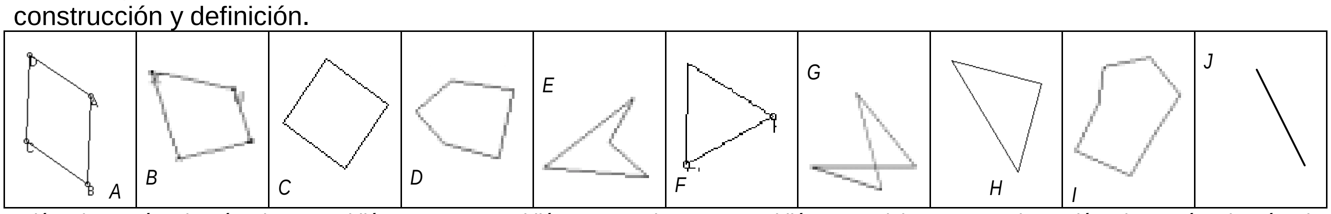
[26] *Centro Babbage* lo licencia exclusivamente a los talleristas.

[27] *Centro Babbage* lo licencia exclusivamente a los talleristas.

Algunas cuestiones teóricas a tener en cuenta

Para ***Bingo***

En el *Bingo*, se pone en juego la distancia entre dibujo, figura, concepto y se cruzan a través de cada representación, construcción y definición.



Triángulo Acutángulo Isósceles - Cuadrilátero Azar - Cuadrilátero Trapecio Azar - Cuadrilátero Paralelogramo Rombo - Triángulo Rectángulo Isósceles - Cuadrilátero Paralelogramo Cuadrado

Veamos cómo podría discutir un grupo que tiene que tomar una decisión...

La figura **F** puede cubrirse con un *Triángulo Acutángulo Isósceles* pero más bien se percibe como un *Equilátero.* Obviamente, puedo tener suerte y que la instancia que en pantalla cubra el *Triángulo Acutángulo Isósceles* tenga un tercer lado de longitud prácticamente igual (o directamente igual, por qué no) a los otros dos y, de esta forma, reclamar derecho a anotarle un poroto a la figura **F**. Si la instancia de *Acutángulo Isósceles* en pantalla presentase un tercer lado evidentemente mayor o, peor todavía, dramáticamente menor que los otros dos, no va a haber chance de anotar mi poroto... Si eligiera la figura **H**, puedo correr con la suerte de un *Acutángulo Isósceles* con un tercer ángulo muy próximo al recto y reclamar un poroto pero aquí tengo que tener, no sólo el bolillero a mi favor, sino también al réferi que puede alegar que la figura **H** representa sin dudas a un triángulo rectángulo y que no habrá *acutángulo isósceles*, por más amplio que resulte su tercer ángulo que lo "cubra". En definitiva, si quiero "jugarme" a un golpe de suerte, elijo la figura **F** que puede anote si el *Triángulo Acutángulo Isósceles* que aparezca en pantalla se le asemeje perceptivamente y que, en una decisión "objetiva" tenga un tercer lado de un 10% a un 13% mayor o menor que los otros dos.

Un razonamiento similar puede llevarme a apostar a mi pura suerte y elegir la figura **E** que quizá quede a cubierto con una instancia cóncava del *Cuadrilátero Azar*. O a elegir la figura **B** que en un colmo de fortuna quede representado por un *Cuadrilátero Azar* y con apenas algo de suerte, por un *Cuadrilátero Trapecio Azar* que tenga un ángulo "suficientemente recto" para que el árbitro permita anotar un poroto sin que mis compañeros lo resistan.

Si elijo la figura **A**, en la cuarta tirada de bolillero quedará anotada a menos que esa instancia resulte mucho más recta o afilada y el réferi dé a lugar a una protesta de mis compañeros, en un fallo **por demás discutible desde el punto de vista formal**.

La figura **H**, en la quinta tirada de bolillero *Triángulo Rectángulo Isósceles* quedará indefectiblemente anotada porque es evidente a la percepción que tiene uno de sus ángulos rectos e iguales los dos restantes. Con un razonamiento similar, la sexta tirada, *Cuadrilátero Paralelogramo Cuadrado* va a permitir tildar la figura **C**.

Un jugador cauto puede elegir llenar el cartón con la figura **A** (a cubrir con seguridad en la cuarta tirada) y con la figura **H** (que queda cubierta en la quinta tirada).

De acuerdo a las experiencias acumuladas en tanto *Bingo* en el que intervinieron jugadores diversos (desde chicos de 7mo. grado a profesores de matemática o estudiantes de profesorado elemental, por ejemplo), notamos que la interacción entre figura y concepto en el razonamiento geométrico puede ser afectada por la percepción *gestáltica* de un *todo* inexpugnable al análisis (por presentar características de "prototipo" perceptual) en conflicto con el ***control*** de formal rigurosidad. Cuando la cuestión es fundamentalmente de naturaleza perceptual-discriminativa (la identificación de una figura *tan invariante* como un ángulo recto) se observa cierto impacto ligeramente favorable de la edad en la pericia para tomar decisiones. Pero cuando para la misma definición corresponden figuras diferentes (desde el punto de vista perceptivo estructural) se presenta un conflicto entre el *concepto* (invariante) y la figura (variable). En esos casos, la edad no ejerce la influencia esperada (mejoras en el desempeño) y el factor de mayor impacto es el **dominio matemático funcional** vinculado al razonamiento deductivo más que a la prolija erudición escolar de repetición de nominaciones y definiciones. Sin duda que el conocimiento de las nominaciones y definiciones ayuda pero no es crucial: muchos jugadores adultos empezaban por pedir tímidamente que compañeros más jóvenes les ayudasen a recordar definiciones pero terminaban llevando la voz cantante de su equipo al discutir estrategias vinculadas al razonamiento necesario. Cuando el manejo de definiciones es un conocimiento inerme, de pura memorización, puede que hasta obstaculice el buen desempeño.

Los jugadores mejor preparados para superar el conflicto entre lo "figural"[28] y los requerimientos formales son los que, por su dominio matemático, pueden hacer que lo ***conceptual*** guíe su decisión, independientemente de la ***naturaleza*** (identidad, significado) de la figura. Según resultados registrados, notamos que se debe distinguir entre conceptos a los que corresponden figuras invariantes (como los ángulos rectos, los cuadrados u otras que ponen el énfasis del reconocimiento en lo perceptivo-discriminativo), cuyo manejo mejora con la edad y los que corresponden a una variedad de figuras (paralelogramos, romboides, etc.) que dependen directamente del dominio matemático. Cuando hay una interacción a comprender entre un ***invariante*** (un concepto cuyo significado lo fija una definición) y una infinita variedad de posibles ***instancias*** (figuras que aparecerán en pantalla), es relevante el control conceptual por encima de la representación *figural*. Lo que cuenta es la habilidad matemática, por encima de la edad o nivel de escolaridad (incluso, los alumnos más grandes, suelen dar... ¡peores respuestas!).

Como la matemática es un riguroso cuerpo de conocimientos, esencialmente formal, abstracto, deductivo, lo que caracteriza al genuino razonamiento matemático es el control de las imposiciones formales sobre las instancias particulares. Esta distinción no implica que aspiremos a eliminar la contribución de lo *figural*-intuitivo del repertorio de recursos de los alumnos o lo consideremos propio del invencible enemigo que milita resistentemente del lado de las "concepciones erróneas". La intuición *figural* nutre el proceso de invención y promueve la creación indispensable en geometría en particular y a lo largo de toda la matemática, en general. El quid de la cuestión es cuál componente del conocimiento ejerce el control decisivo, no se trata de romper el equilibrio ecológico del saber matemático, mutilándolo al descartar su faceta intuitiva de implícita funcionalidad creativa. Debemos procurar el diseño de situaciones didácticas en las que aparezca una supuesta confrontación entre exigencias formales e instancias particulares para que los alumnos aprendan a analizarlas y ajustar las instancias particulares a los requerimientos formales (definiciones, propiedades, teoremas...), en una ida y vuelta de lo conceptual a lo figural.

[28] Ver definición en el siguiente párrafo.

No se trata de mermar la compleja y económica herramienta que es la intuición, sino de enriquecerla. Es fundamental no colocar a los alumnos en una contradicción respecto de sus teorías implícitas, figurales, intuitivas, sean o no las formalmente correctas, a menos que puedan pasar a un mejor equilibrio, enriquecido conceptualmente. Por eso, debemos ajustar cada situación, como el *Bingo* sin ir más lejos, anticipando un adecuado diseño de situación, acotado y/o ajustado a las posibilidades de los jugadores. Cuando lo que pretendemos enseñar va dramáticamente en contra de certezas intuitivas, los alumnos aprenden que ***eso*** es para estudiar, no para comprender; algunos pierden confianza en sus propias posibilidades para resolver problemas; otros asumen una impostura en que de/reniegan su falta de comprensión (de allí en adelante dejan el tema congelado bajo el latiguillo: *eso ya lo sé,* aunque sea evidente que no lo saben ni entienden); en todo caso defienden como pueden sus recursos para funcionar en ámbitos extraescolares donde sus concepciones, serán erróneas, pero les permiten seguir dotando al mundo de sentido. Por eso, conviene aprender a diseñar *maniobrando* desde conocimientos previos, no para "corregirlos" (con la carga de desvalorización del verbo) sino para establecerlos como plataforma de lanzamiento de conocimientos con más rica trama de relaciones, entre lo particular y lo general, lo figural y lo conceptual.

E. Fischbein[1] (1993) considera las figuras geométricas, pertenecientes al dominio de los conceptos. "La idealidad, abstracción, perfección absoluta y universalidad son propiedades con sentido en el dominio de conceptos" (p. 141). Las figuras geométricas tienen, dentro de la matemática, características propias de los conceptos. Pero al mismo tiempo pueden ser representadas en papel o pantalla con un dibujo (imagen) o rememorarse con una imagen visual. Estas figuras entonces, como Fischbein dice, poseen una propiedad que los conceptos generalmente no posean, a saber, incluyen la representación y la "imagen mental" que suma sus propiedades espaciales. Este doble rol que juegan las figuras geométricas (por un lado, conceptos-ideales-abstractos definidos dentro de un sistema matemático axiomático y, por el otro, su posibilidad de ser representadas por dibujos "prototípicos" que se despliegan en el espacio de la experiencia) sientan las bases para el análisis del estudio de contenidos propios de la geometría y de las dificultades que los estudiantes enfrentan.
Muchos investigadores (Parzyzs[2] 1988, Duval[3] 1988, Fischbein 1993), precisan y discriminan estas dos funciones de la figura geométrica. Fischbein (1993) respecto del tema introduce el término *concepto figural*. "Los objetos de investigación y manipulación en el razonamiento geométrico son entidades mentales que denominaremos *conceptos figurales*, reflejan las propiedades espaciales (forma, posición, magnitud) y al mismo tiempo, poseen las cualidades conceptuales como idealización, abstracción, generalidad, perfección".

1. Fishbein E., The theory of figural concepts, *Educational Studies in Mathematics*, 24. 2, 1993, p.139-162 (1993).
2. Parzysz B., Knowing vs Seeing, Problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics*, 19. 1, 1988, p.79-92 (1988).
3. Duval R., Pour une approche cognitive des problemes de geometrie en termes de congruence, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, Universite Luis Pasteur et IREM, Strasbourg, Vol1, pp.57-74 (1988).

Para comparar estilos de desafíos

- Reflexionar sobre las características de los distintos problemas en relación con sus derivaciones propedéuticas o favorecedoras de condiciones para volverse un mejor "resolutor".
- Identificar evaluaciones en proceso, sobre los resultados, a lo largo de la tarea y por la observación del grupo frente al problema vinculadas a cada tipo de desafío y mencionar cuáles se "devuelven" para ulterior posibilidad de autoevaluación.
- Distingamos en qué tipo de desafíos, caben anotaciones como las que aparecen a continuación, o las del último párrafo de la segunda página de esta guía.

Más "anotaciones vinculantes";

Anotación D: [29]*La práctica de buscar una única respuesta correcta puede tener serias consecuencias sobre el modo en que pensamos y enfrentamos los problemas. Eso es peligrosísimo, si tenemos sólo una idea, tenemos sólo un curso de acción a seguir, y ello es bastante riesgoso es un mundo donde la flexibilidad es una necesidad para sobrevivir.*
Una idea es como una nota musical, sólo puede ser entendida en relación con otras notas, en contexto con otras ideas. Si tenemos sólo una idea no podemos compararla con nada más, ni conocer sus fuerza ni debilidades.
Con frecuencia la segunda respuesta correcta es cambiar las preguntas que usamos para desentrañar el problema. Muchas veces escuchamos: "¿cuál es la respuesta?" – "¿qué significa esto?" – "¿cuál será el resultado de aquello?". Estas preguntas están buscando la respuesta, el significado y el resultado. Si en cambio nos habituamos a preguntar: ""¿cuáles son las respuestas?" – "¿qué diferentes significados tiene esto?" – "¿cuáles serán los resultados de aquello?", descubriremos nuestra capacidad de pensar un poco más profundamente y aparecer con más de una idea para resolver el problema.
Otra técnica es modificar el vocabulario de las preguntas. Hay muchas maneras de buscar una nueva respuesta correcta:

Preguntarnos que pasaría si...	*Haciéndonos los tontos*	*Invirtiendo el problema*	*Rompiendo las reglas*

Y otras. Aunque la primera respuesta correcta puede funcionar bien en ciertas situaciones, la tendencia a abandonar la búsqueda tras hallarla, es lamentable, porque puede que la segunda, tercera o cuarta alternativa amplíe el espectro de respuesta y tomar en cuenta otras perspectivas del problema para resolverlo de modo creativo, más simple de comunicar, más elegante o económico.

Anotación E: [30]*Frente a algunos problemas, vale la pena invertir un tiempo inicial de búsqueda de método económic y seguro en lugar de "abalanzarse" a ensayos y en casi todos los casos, es conveniente retomar lo que nos está llevando a caminos engorrosos. Muchas veces el qid de la cuestión es formular buenas preguntas para empezar que desencadenen posteriores interrogantes productivos (...) para provocar el desarrollo de alguna de las estrategias exitosas. Un camino a la solución puede ser el más expeditivo según un estratega, mientras un colega puede inclinarse por otro. Suele resultarnos más clara la producción propia que la ajena. Los estilos y modalidades determinan la diferencia entre un planteo gráfico, por ejemplo, a uno de registro numérico en tablas. Más allá de lo subjetivo, si lo hubiera, algunas pocas reglas pueden servir para juzgar los métodos:*

La famosa Ley del Menor Esfuerzo	*La elegancia del plateo*	*La velocidad de resolución*	*La facilidad para comunicarlo*	*La posibilidad de generalizarlo.*

[29] Versión libre de párrafo del libro de Roger Von Oech, *A walk on the side of the hand. How to unlock your mind for innovation*.
[30] Versión libre de un párrafo del libro de Marbach, .Saidón (col. Santaló) *Haciendo Geometría I*